

COGNICIÓN NUMÉRICA: de la percepción del espacio y del tiempo a la matemática

'The knowledge of first principles, as space, time, motion, number, is as sure as any of those which we get from reasoning. And reason must trust these intuitions of the heart, and must base on them every argument.'

Blaise Pascal.

0. Resumen

Los seres humanos nacemos con sistemas sensoriales que nos permiten intercambiar información con el mundo y, a partir de este intercambio, adquirimos progresivamente nuevas capacidades. Sin embargo, este intercambio no es ingenuo ni aleatorio: mostramos cierta predisposición para cierto tipo de información. Este parece ser también el caso de la información sobre cantidades. De manera general, podemos decir que los seres humanos nacemos con una muy buena capacidad para estimar rápidamente magnitudes antes incluso de disponer de la noción de número. Recientemente, se ha mostrado que existe una fuerte correlación entre dicha capacidad no simbólica -el sistema numérico aproximado (ANS, por su sigla en inglés)- y el desempeño en matemática. Comprender la naturaleza de la relación entre el ANS y el sistema exacto con representación simbólica (base para el acceso a la matemática formal) resulta de capital importancia para contribuir a elaborar estrategias didácticas para el aprendizaje de la matemática. Sabemos relativamente poco sobre cómo se conectan en la mente humana estas dos capacidades. Un aspecto fundamental a desentrañar es si se trata simplemente de variables correlacionadas (i.e: a mejor ANS, mejor performance matemática) o de una capacidad que evoluciona desde lo no-simbólico y aproximado hacia lo simbólico y exacto. En este proyecto nos proponemos analizar esta relación (o transición) a través de 3 tipos de estudios que abordan el problema a escalas diferentes:

1- Experimentos de psicofísica visual y percepción temporal en contexto de laboratorio para explorar los mecanismos perceptivos que se ponen en juego a la hora de estimar magnitudes. Los experimentos previstos apuntan a conocer las bases perceptivas del procesamiento de magnitudes (número, tiempo, espacio). Esta batería de experimentos está orientada a medir la relación entre el manejo de información simbólica medido a través de, por ejemplo, la capacidad para contar y la capacidad de procesamiento de cada magnitud. A partir de estos resultados, esperamos comprender mejor el vínculo entre los mecanismos perceptivos de bajo nivel y el desempeño en matemática.

2- Intervenciones pequeñas en contexto de aula con el objetivo de probar diferentes estrategias didácticas que favorezcan el aprendizaje de la matemática a partir de la estimulación perceptiva. El diseño de estrategias didácticas deberá necesariamente involucrar a las maestras responsables de las clases elegidas para realizar dichas pruebas aunque las estrategias didácticas se construirán a partir de los resultados obtenidos en los experimentos de la fase 1.

3- Intervención a gran escala en niños escolares a través de tareas programadas específicamente para las tabletas del plan Ceibal. A partir del análisis de los resultados y de la valoración de las experiencias didácticas en el contexto de aula, se diseñará al menos una intervención específica a gran escala para fortalecer las capacidades matemáticas en niños de primer año escolar. Este tipo de intervenciones se realizarán mediante la utilización de las Tablets del Plan Ceibal con el cual el equipo tiene ya antecedentes de colaboración (ver anexo 2).

1. Fundamentación y antecedentes.

Este proyecto pretende establecer una línea de investigación novedosa en el país en relación a la cognición numérica con una aproximación que proviene del campo de la psicología experimental.

El estudio de la cognición numérica busca comprender las bases cognitivas y neurales del surgimiento del concepto de número y su relación con el manejo de la matemática en general. Las preguntas centrales del campo se orientan a conocer los mecanismos que permiten la adquisición de la noción de número en los niños, los mecanismos para la estimación de magnitudes y las relaciones que presentan estas capacidades con atributos perceptivos de bajo nivel como la organización perceptiva de los elementos, la duración o el movimiento (para una revisión del tema, ver: Dehaene & Brannon, 2011). Si bien este proyecto se centra en las capacidades humanas del manejo del número, muchas de las teorías se contrastan también en estudios de cognición comparada con animales, en particular con primates no humanos (Jones et al, 2013; Bisazza, Piffer, Serena, & Agrillo, 2010; Cantlon, 2012; Hanus & Call, 2007).

Los estudios de percepción muestran que los seres humanos vamos internalizando códigos y operaciones que mantienen cierto isomorfismo con el ambiente donde crecemos y nos desarrollamos (Shepard, 2001). En este proceso se construyen la mayoría de nuestros aprendizajes vitales: desde las praxias al lenguaje pasando seguramente por sensaciones complejas como la empatía (Spelke, 2003; Skerry & Spelke, 2014).

Como toda función psicológica superior, la capacidad de entender y producir conceptos matemáticos para resolver problemas no se asienta en una única capacidad cognitiva ni puede asumirse como algo “innato” o totalmente aprendido. Como en la mayoría de estos casos, la matemática se apoya en diferentes sistemas de conocimiento que son además utilizados en tareas diversas y que tienen una base ontogenética modificable por el aprendizaje (Carey, 2009; Dehaene, 1997; Gelman & Gallistel, 1978). La teoría de los sistemas de conocimiento fundamental (*core knowledge systems*; Spelke & Kinzler, 2007) postula que la organización y la adquisición de nuevas capacidades en la mente humana no ocurre ni mediante un sistema de propósito general, ni tampoco en base a ciertas predisposiciones o sistemas cognitivos de propósito específico. Por el contrario, la propuesta implica asumir que los seres humanos tenemos 4 sistemas de conocimiento fundamental (recientemente se ha propuesto un quinto) que constituyen la base para la adquisición de nuevas habilidades y nuevos conceptos (Kinzler & Spelke, 2007).

Estos cuatro sistemas iniciales propuestos por Kinzler y Spelke (2007) son: (a) un sistema que permite representar e identificar objetos; (b) un sistema que permite representar agentes y sus intenciones; (c) un sistema que permite representar conjuntos y sus propiedades de cantidad, ordenamiento, adición y substracción y; (d) un sistema que permite la representación de lugares en el espacio y sus propiedades geométricas. Recientemente, se ha propuesto un posible quinto sistema que permitiría identificar potenciales pares sociales (Spelke y Kinzler, 2007). Aparentemente, ya a los 3 meses de edad, los bebés muestran preferencias por los miembros de su propia raza (Bar-Haim, Ziv, Lamy & Hods, 2006) por lo que podemos presuponer que este quinto sistema estaría destinado a representar algo relativo a las interacciones sociales intra e inter grupo.

La adquisición de la noción de número y la capacidad para contar se asientan sobre el sistema de representación de objetos (sistema 1) y, especialmente, sobre el sistema para representar conjuntos y cantidades (sistema 3). Dicho sistema se puede caracterizar por 3 propiedades sobre la representación del

número: el carácter aproximado del número, el no depender de ninguna modalidad sensorial en particular y, por otro lado, la posibilidad de ser comparada usando operaciones de adición y sustracción (Spelke & Kinzler; 2007). La idea de que la representación del número es imprecisa y que, además, su imprecisión aumenta linealmente con el valor cardinal que se quiere representar (Nieder & Dehaene; 2009) determina lo que conocemos como sistema aproximado numérico (ANS, por su sigla en inglés). El ANS nos permite enumerar rápidamente conjuntos extensos de objetos y se ha demostrado que incluso los bebés con pocos días de vida son capaces de discriminar entre diferentes nubes de puntos que mantengan una relación de 3:1 y hacia los 6 meses de vida son capaces de discriminar correctamente relaciones de 2:1 (Xu & Spelke, 2000). Esta capacidad para discriminar cantidades que se asienta sobre el ANS aumenta desde la infancia hasta la adultez (Halberda & Feigenson, 2008; Libertus & Brannon, 2010; Wynn, 1998; Xu & Spelke, 2000) llegando a permitir discriminar diferencias del orden del 25% hacia los 30 o 40 años de edad (Halberda, Wilmer, Naiman & Germine; 2012). Estudios recientes muestran que existe una alta correlación entre dicha capacidad discriminativa y las habilidades matemáticas de los sujetos (Libertus, Feigenson & Halberda, 2011), sugiriendo la posibilidad de que la capacidad para estimar cantidades de los niños esté en la base de la performance matemática que luego mostrarán de adultos (Park & Brannon; 2014). De hecho existen trabajos que postulan que la precisión sobre el ANS que muestra un niño pre-escolar es un buen predictor de su performance matemática. En definitiva, existe buena cantidad de evidencia que sugiere que el ANS es parte de los fundamentos cognitivos que permiten el desarrollo de la matemática simbólica de más alto nivel (Dehaene, 1992; Gallistel y Gelman; 1992).

Esta capacidad para el cómputo aproximado de la numerosidad ocurre de manera similar a las estimaciones que somos capaces de hacer para otras dimensiones perceptivas como el color, la velocidad o el brillo y está gobernada por la ley de Weber tal como sucede con la mayoría de atributos perceptivos. Por tanto, podemos asumir que, de alguna manera, este “conocimiento nuclear” de las cantidades se solapa fuertemente con la capacidades perceptivas. En definitiva, el caso del número no debería ser muy diferente al del color o la longitud. Desde este punto de vista es razonable pensar que los principios básicos de organización perceptiva (Spelke, 1988) y los mecanismos perceptivos de bajo nivel como la adaptación (Burr y Ross; 2008; Ross y Burr, 2010) estén en la base del surgimiento de las capacidades matemáticas de los niños. La idea central que vienen a mostrar estos estudios es que la percepción de los objetos constituye el primer nivel de procesamiento de información a partir de la que se podrán desarrollar capacidades más abstractas como el manejo de los números, la secuenciación e incluso la posibilidad de operar simbólicamente. En definitiva, podemos decir que algo del procesamiento perceptivo de los objetos prepara a la mente humana para el manejo de algoritmos.

Un buen ejemplo de esto puede verse en las relaciones entre espacio, tiempo y número. La relación entre espacio y tiempo es un tema clásico para la Psicología Experimental de corte cognitivo (Cohen, 1967; Piaget, 1946) que ha promovido debates importantes como por ejemplo, si la noción de tiempo en humanos se deriva desde otras dimensiones o es primaria. En el siglo pasado, los psicólogos cognitivos postulaban que la duración no era una dimensión primaria (i.e. no era sujeta de percepción directa) sino que debía ser estimada a través de otras fuentes de información sensoriales u operacionales. Por ejemplo, Piaget (1946/1973) afirmaba que la noción de tiempo se construye a partir de la experiencia con la velocidad mientras que Fraisse (1967) estimaba que dependía de otros factores cognitivos, entre ellos la memoria y la atención. Actualmente, la investigación en este campo ha aportado evidencia empírica para probar que los niños son capaces de procesar la duración de un estímulo *per se* (Brannon, Rusell, Meck & Woldorff 2004; Clement & Droit-Volet, 2006) aunque también es claro que los niños presentan una

sensibilidad menor a la discriminación de la duración que los adultos. Sin embargo, hasta el momento no existe ninguna hipótesis clara sobre las razones de estas diferencias en la sensibilidad entre niños y adultos (Droit-Volet, Clement & Fayol, 2008; Droit-Volet, Delgado, & Rattat, 2006). Esta falta de explicaciones evidencia el escaso conocimiento que aún hoy tenemos sobre los mecanismos implicados en el surgimiento de la capacidad para estimar la duración en los niños y cómo es que dicha capacidad se relaciona con la adquisición de la noción de número o la capacidad para contar, entre otras. La pregunta acerca de cómo interaccionan estas dimensiones en el desarrollo cognitivo tiene unos cuantos años, y fue reformulada al menos hace una década. En efecto, Vincent Walsh (2003) en el artículo seminal donde propone la teoría de la magnitud (AToM), se preguntaba “*How do an infant’s perception and behaviour of the time, space and quantity interact?*” (2003, p. 487).

La teoría de la magnitud (AToM) postula que los sistemas para la medición de número, tiempo y espacio comparten una estructura cerebral y son parte de un mismo proceso o módulo mental que funciona en conjunto (Buetti & Walsh, 2009; Walsh, 2003). Sin embargo, los datos que disponemos en relación al procesamiento de estas tres dimensiones en adultos no siempre resultan coherentes con la teoría propuesta por Walsh en 2003. Específicamente la relación entre tiempo y número no parece seguir siempre el mismo sentido que las otras relaciones (espacio y tiempo y espacio y número). Algunos estudios (Droit-Volet, Clement y Fayol, 2008; Dormal, Seron y Presenti, 2006) muestran que la duración no parece interferir en tareas de discriminación numérica dejando así en entredicho la base del procesamiento compartido para estas dos dimensiones. En definitiva, si bien es claro para la mayoría de los investigadores del campo que existe una estrecha relación entre estos constructos, la naturaleza de dicha relación sigue generando hoy fuertes controversias (Buetti & Walsh, 2009; Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005; Oliveri et al., 2008; Javadi & Aichelburg, 2012).

De hecho, existen al menos dos visiones sobre la relación entre estos tres constructos en la mente humana. Una de ellas defiende que esta relación es simétrica y que, por tanto, cualquiera de ellas ejerce la misma influencia sobre una de las otras dos. Se propone entonces una teoría general sobre la magnitud (AToM; Walsh, 2003) cuya idea básica es que disponemos de un sistema común para las magnitudes analógicas y que es, desde este sistema, que se van desarrollando las diferentes nociones de espacio, tiempo y número. La otra teoría, postula también una relación muy fuerte entre estos constructos pero predice que la relación entre ellos será asimétrica ya que el espacio tiene un peso preponderante en las representaciones que se generan sobre el tiempo y sobre la noción de número. Un ejemplo claro de esto podría tomarse de las expresiones del lenguaje donde claramente se ve una predominancia de expresiones espaciales para referirse a aspectos temporales o numéricos.

Una línea de investigación que viene tomando creciente relevancia busca revelar las relaciones entre espacio y número desde la semántica, explorando de qué forma las lenguas expresan en términos las categorías espaciales y las temporales. Por ejemplo, Casasanto, Fotakopoulou y Boroditsky (2010) testearon la hipótesis de la asimetría, en dos grupos de niños de diferentes edades: preescolares (4 y 5 años) y escolares (9 y 10 años). La hipótesis de la asimetría postula que en tanto la temporalidad se deriva del conocimiento y manejo de las categorías espaciales, estas últimas pueden interferir sobre la percepción del tiempo, pero no a la inversa, esto es, no se produciría interferencia del tiempo sobre la estimación de medidas del espacio. Los resultados mostraron que los niños son mucho más competentes en juzgar la distancia en la presencia de interferencias temporales que viceversa, incluso después de controlar la edad, el lenguaje de formulación de las preguntas y la habilidad para juzgar distancias y

tiempo por separado. Este efecto es más acentuado en el caso del grupo pre-escolar, donde ninguno de los niños pudo responder correctamente las preguntas sobre la duración en presencia de interferencias espaciales. Por esto, los autores concluyen que la construcción de la noción de tiempo se basa en la comprensión y manejo de la información espacial. Esto apoya la teoría asimétrica de la relación entre tiempo y espacio en el desarrollo de la mente adulta. Es interesante que esta asimetría evidenciada tempranamente en los humanos parece estar ausente en monos rhesus (Merritt, Casasanto & Brannon, 2010).

Por otro lado, también se ha postulado (basándose en el modelo AToM) que las líneas mentales que los humanos elaboramos para manejar el número y el tiempo (ya sea entendido como tiempo cronológico o autobiográfico) tienen un sustrato cognitivo común (Bonato, Zorzi & Umiltà, 2012; Ouellet, Santiago, Funes & Lupiañez., 2010). Bonato, Zorzi & Umiltà (2012) señalan las similitudes entre la línea mental numérica y la línea mental de tiempo. Como se desprende de los estudios revisados en este apartado, el conocimiento numérico y el espacial están vinculados a la percepción del tiempo, y por otro lado, que los eventos personales son representados como una línea, análoga a la numérica.

Sin embargo, estos estudios presentan dos áreas de vacancia de conocimiento. La primera refiere a que la mayoría de estos estudios han sido realizados con adultos –especialmente los que refieren a la línea mental de tiempo-, por lo que no se sabe si esto opera de la misma forma durante el desarrollo. La segunda laguna de conocimiento, refiere a que en su mayoría los estudios consideran exclusivamente al tiempo en su naturaleza física, entendido como duración, secuencia o unidad de medida y no al tiempo personal o autobiográfico. Una de las preguntas que pueden realizarse es si las relaciones entre tiempo-espacio-número se mantienen, y lo hacen de forma incambiada, si por tiempo entendemos la línea personal del tiempo. Si consideramos estos modelos como válidos y los intentamos extrapolar hacia el tiempo vital y autobiográfico, podríamos suponer que los niños con mayores habilidades numéricas también mantendrán estas diferencias individuales en cuanto a la consolidación de la línea mental de tiempo.

La línea mental de tiempo se considera un elemento muy importante para el desarrollo y conceptualización de la memoria autobiográfica. De hecho, uno de los métodos más utilizados para el análisis de esta memoria a lo largo del curso vital es el Método de entrevista de la Línea de la Vida (Assink & Schroots, 2010). En este sentido, podemos presuponer que la organización que provee la línea mental numérica puede fortalecer también la capacidad para representar el futuro personal (previsión episódica). La previsión episódica es una capacidad cognitiva relacionada con la autorregulación cuya ausencia se ha relacionado con mayor presencia de comportamientos agresivos y menor pro-socialidad en los niños pre-escolares (Vásquez & Cruz, 2012). En este sentido, el vínculo entre número y tiempo, o más específicamente cómo las líneas mentales de número y episódica se relacionan, puede tener implicaciones en aspectos claves del desarrollo afectivo que, hasta el momento, han quedado inexploradas en la literatura.

Desde el punto de vista ontogenético, la relación entre la cognición episódica y las habilidades matemáticas está presente desde la etapa pre-escolar. Vásquez (2013) mostró, mediante un estudio longitudinal, que las competencias aritméticas son el mejor predictor del surgimiento de la capacidad para pensar en el futuro entre niños de 3 a 5 años de edad. Se ha sugerido que esta relación se debe a que la cognición episódica está estructurada en base a una línea mental de tiempo donde los hechos se ordenan

colocando hacia la izquierda los eventos pasados y hacia la derecha, los futuros. En este sentido el conocimiento de los números y las secuencias de primero, segundo, tercero, suponen un conocimiento muy valioso para ordenar -en función de un arreglo análogo- las experiencias relevantes para la persona. Asimismo, el conocimiento de la secuencia nos permite entender que siempre después de un número natural habrá uno sucesivo, lo que hace emerger la noción de futuridad. Por tanto, así como se puede ordenar el pasado por cantidad de eventos relevantes, es posible que el evento $x + 1$ esté por acontecer, lo que coloca al niño frente a la posibilidad de representar ese evento que está por venir.

En definitiva, la hipótesis central de este proyecto es que las relaciones entre espacio, tiempo y número no surgen simultáneamente ni son necesariamente análogas. Consideramos que la noción de número -y, en general, la habilidad para contar y el manejo de lo numérico- contribuye a consolidar el procesamiento temporal en los niños pre-escolares lo que, a su vez, favorece el desarrollo de la cognición episódica y del pensamiento futuro.

Desde esta perspectiva, el presente proyecto pretende conocer los mecanismos que subyacen a la noción de número y a la capacidad para contar para relacionarlas con la posibilidad de construir una línea temporal autobiográfica que implique la posibilidad de pensar en el futuro episódico. El proyecto también pretende transferir el conocimiento adquirido mediante este tipo de experimentos en el laboratorio al desarrollo de estrategias didácticas que faciliten el manejo de las magnitudes para así potenciar las capacidades matemáticas de los niños. Para ello, se realizarán pequeñas intervenciones en algunas clases de escuelas públicas con las que integrantes de nuestro equipo ya viene trabajando y se ejecutará (al menos) una intervención a gran escala que permita mostrar la potencia de las estrategias diseñadas para facilitar el aprendizaje de la matemática.

2. Objetivos generales y específicos.

Generales:

1. Desarrollar actividades de investigación básica en cognición numérica que apunten a impactar en el sistema educativo uruguayo. En particular, se buscará generar procedimientos efectivos para la enseñanza de la matemática en la edad escolar.
2. Identificar los mecanismos que soportan el surgimiento de la noción de número y la capacidad de operar con ellos en relación al entrenamiento de las capacidades perceptivas de estimación por aproximación de diferentes magnitudes, en particular, de las magnitudes temporales.

Específicos:

1. Identificar un conjunto de tareas perceptivas que favorecen el aprendizaje de la matemática.
2. Comprender la naturaleza de la relación entre el sistema numérico aproximado y el sistema exacto con representación simbólica (base para el acceso a la matemática formal).
3. Verificar la influencia positiva de la adquisición de la noción de número en el procesamiento temporal y particularmente en la posibilidad de pensamiento futuro.

4. Construir una herramienta para la evaluación de los conocimientos matemáticos formales y no formales para niños de primer grado¹.
5. Aportar estrategias didácticas validadas en el aula que faciliten el aprendizaje de la matemática y se sostengan sobre el conocimiento de los mecanismos que permiten el surgimiento de la noción de número.
6. Diseñar y ejecutar una intervención a gran escala que apunte a potenciar la habilidad matemática desde temprana edad de manera masiva (con el soporte del Plan Ceibal).

3. Preguntas que busca responder el proyecto.

1. ¿Es posible encontrar tareas perceptivas que faciliten la adquisición de la noción de número y la capacidad para contar?
2. ¿Qué cambios ocurren en la experiencia vital de los niños a partir de que se instala la noción de número y el algoritmo para contar?
 - a. La posibilidad de contar: ¿repercute sobre la representación del paso del tiempo?
 - b. ¿Contribuye la línea mental numérica al surgimiento de la línea mental de tiempo (autobiográfica o episódica)?
 - c. La capacidad numérica y de contar, facilita el pensamiento a futuro de los niños?
3. ¿Cuáles son las interacciones entre espacio, tiempo y número que deben estimularse para favorecer el desempeño en la matemática formal?
4. ¿Es posible expandir las capacidades de comprensión matemática de los niños? ¿Cuáles serían las herramientas que se podrían utilizar para ello? ¿Las intervenciones a gran escala deben ser necesariamente implementadas bajo plataformas tecnológicas?
5. ¿Podemos predecir el desempeño matemático a partir de pruebas perceptivas de tiempo o numerosidad?

4. Estrategia de investigación y actividades específicas

La *estrategia de investigación* que proponemos desarrollar se estructura en relación a los tres tipos de estudios que están contenidos en este proyecto: estudios experimentales a nivel de laboratorio, estudio en el contexto de aula y estudios a gran escala.

Fase 1: Estudios Experimentales.

En esta primera fase de ejecución del proyecto el equipo se abocará a dos grandes tareas: Por un lado, la construcción de una prueba que permita la valoración de desempeño de las capacidades matemáticas de niños uruguayos de primer año escolar y, por otro lado, el diseño de los experimentos que se prevé ejecutar en esta fase.

¹ Nótese que el sistema de evaluación de aprendizajes (Plataforma SEA) de ANEP sólo evalúa a partir de tercer año de escuela.

Para la construcción de la prueba de evaluación partiremos de un instrumento de evaluación de las capacidades matemáticas elaborado por parte de este equipo de investigación en 2013. Este instrumento fue realizado con motivo de una investigación puntual en colaboración con el Plan Ceibal sobre el rendimiento en matemáticas de niños de primer año de escuelas públicas. A partir de este antecedente, se elaborará una nueva versión de dicho instrumento que mejore la evaluación de desempeño matemático en niños escolares de forma de lograr convergencia u equivalencia con las mediciones provistas por otras escalas como el TEMA 3 o el WISC-4. Esperamos implementar este instrumento en formato digital.

Los experimentos previstos para esta fase se orientan a comprender los mecanismos perceptivos implicados en el procesamiento de la numerosidad y la relación específica de ellos con la noción de número y con la capacidad para contar. Asimismo, se estudiarán las relaciones entre tiempo, espacio y número a partir de experimentos que permitan establecer la naturaleza de esta relación e identificar las interacciones que existen entre estas 3 magnitudes.

- **Participantes**

- Niños de entre 4 y 7 años con diferentes grados de adquisición de la noción de número y diferencias en cuanto al manejo del algoritmo para el conteo. Se convocarán mediante carteles y avisos dirigidos a los padres en las diferentes Facultades e instituciones de la zona.

- **Experimentos**

En esta fase, cada sujeto experimental pasará por una evaluación de su competencia matemática a través de la prueba de evaluación. Asimismo, en el momento de dicha evaluación se procederá también a evaluar su capacidad simbólica en cuanto a la representación numérica y el grado de conocimiento del algoritmo de conteo. De esta manera esperamos componer diferentes grupos de sujetos según el nivel alcanzado de representación simbólica. Se prevén 3 tipos de experimentos en esta fase:

- Experimentos que evalúan diferentes combinaciones y efectos del ANS.
- Experimentos que miden la de discriminación temporal en función de la capacidad simbólica de los niños.
- Tareas experimentales para evaluar la posibilidad de representar la línea de tiempo autobiográfica o episódica y el desarrollo de la capacidad para anticipar el futuro personal (para mayor detalle del paradigma experimental a utilizar, véase: Atance & Meltzoff, 2005, Hayne et al., 2011, Vásquez, 2013)

Fase 2: Intervenciones pequeñas en contexto de aula.

Esta segunda fase está prevista para realizarse en la primer mitad del año 2 ya que implica la participación de un grupo de entre 5 y 10 maestras de primer año que convocaremos a través de contactos personales que incluyen también la posibilidad de un convenio específico con formación docente (ANEP). Dado que pretendemos trabajar conjuntamente con las maestras en la elaboración de las estrategias didácticas, se prevé comenzar con los grupos de discusión en el mes de febrero de 2016 (para así no interferir en el

calendario escolar). La conformación y coordinación de los grupos de discusión estará a cargo de la psicopedagoga de nuestro equipo, Lic. Magdalena González. El objetivo de este trabajo interdisciplinar es doble: por un lado, ajustar el diseño de las estrategias didácticas con aquellas personas que mejor conocen las dinámicas de cada clase y las posibilidades de los diferentes grupos de niños y, por otro lado, involucrar desde el comienzo a las maestras en la investigación a fin de contar con su apoyo y, al mismo tiempo, contribuir a su formación específica en estas temáticas².

Luego de diseñadas y pactadas las estrategias didácticas que se probarán en el contexto del aula, procederemos a diseñar un pequeño experimento pre-post para cada una de las intervenciones del aula. Si bien en cada caso habrá que ajustar el diseño experimental en relación a las características de la estrategia que se esté probando, en términos generales apostaremos por un esquema con las siguientes fases:

- Valoración individual pero en simultáneo del desempeño matemático de todos los niños de la clase donde se aplicará la estrategia.
- Aplicación de la estrategia por parte de la maestra (con soporte de la psicopedagoga en las fases iniciales de la aplicación) en un formato que implique al menos una aplicación semanal (preferiblemente 2) y con una duración total que no podrá exceder el mes de aplicación.
- Valoración post. del desempeño matemático de los niños de la clase.
- Grupo control: se procederá con las mismas fases que las anteriores en otro grupo análogo de clase (preferiblemente de la misma escuela) donde en lugar de la aplicación de la estrategia diseñada, se aplicará la estrategia habitual desarrollada por la maestra para el trabajo en matemática.

Fase 3: Intervenciones a gran escala.

Basándonos en las evidencias primarias que resultaron de la investigación piloto realizada el año pasado a través del programa Tablets del plan Ceibal, y partiendo de la idea de que el ANS constituye la base cognitiva para el posterior desarrollo de los conceptos matemáticos, nos proponemos diseñar un programa de entrenamiento para niños de 6 años que apunte a fortalecer las condiciones para el aprendizaje formal de la matemática a partir de los resultados obtenidos en la fase 2. La posibilidad de potenciar la habilidad matemática desde temprana edad y de manera masiva es con seguridad uno de los objetivos más importantes de este proyecto y, por eso, esperamos llegar a esta tercera fase con un panorama claro de las tareas y estrategias didácticas que funcionan y las que no.

A fin de realizar la intervención con propósito de validación, proponemos un diseño pre-post con grupo control que, en este caso, estará expuesto a un programa piloto de fortalecimiento de la capacidad lectora (en desarrollo y de próxima aplicación por parte de la línea de investigación en Lenguaje del Centro de Investigación en Psicología Básica). De esta manera, si la valoración de las capacidades matemáticas del grupo experimental es significativamente más alta que la del grupo control (con programa de fortalecimiento lector) podremos asumir que el programa de entrenamiento diseñado fortalece las capacidades matemáticas de los niños.

² Esta acción es coherente con una línea de actuación que estamos seguros el país desarrollará a la brevedad que apunta a la profesionalización de sus docentes de primaria, facilitando las opciones de formación que permitan la especialización en diferentes áreas. En nuestro caso, pensamos que esta instancia de colaboración redundará también en una instancia formativa para las maestras que participen en el área de la cognición numérica y más específicamente, en el aprendizaje de las matemáticas.-

Para la realización de esta intervención a gran escala será importante contar con el apoyo del Plan Ceibal tanto por el acceso a las tablets (en tanto se opte por un programa de intervención basado en juegos digitales) como por el soporte en términos logísticos que puede significar.

Las *actividades previstas* para este proyecto se detallan en el cronograma de ejecución que figura en el apartado 7.

5 Personal asignado al proyecto

- **Dr. Alejandro Maiche:** Responsable del proyecto. Coordinación de las actividades. Participación en el diseño de experimentos, el análisis y la interpretación de los datos de la fase experimental (fase 1) y de la fase 3. Orientación de estudiantes de grado y de maestría. Redacción de manuscritos para publicación.
- **Dr. Alejandro Vasquez:** Co-Responsable del proyecto. Diseño de experimentos sobre procesamiento temporal y, específicamente, sobre la utilización de la línea de tiempo biográfica y pensamiento futuro. Análisis estadísticos. Orientación de estudiantes de grado y maestría. Redacción de manuscritos para publicación.
- **Lic. Magdalena González:** Psicopedagoga del equipo con especialización en dificultades de aprendizaje de la matemática. Participación directa en la elaboración de la prueba de evaluación de habilidades matemáticas para primer año. Responsable de la fase 2 (intervenciones en el aula) y de la coordinación de todas las actividades con las maestras y con las escuelas.
- **Dra. Elizabeth Spelke:** Experta internacional en temas de cognición y, específicamente en cognición numérica. Su rol en el proyecto será fundamentalmente de asesoramiento tanto para el diseño de las tareas experimentales de la fase 1 como en temas relacionados a la intervención (fase 2). Redacción de manuscritos para su publicación.
- **Audrey Kittredge:** Post-doc en el Departamento de Psicología de la Universidad Carnegie Mellon con especialización en temas de educación. Participa fundamentalmente del diseño de estrategias pedagógicas de la fase 2 y asesora en la construcción del programa de intervención previsto para la intervención a gran escala mediante plataforma tecnológica.
- **Lic. Fiorella Gago:** Colaboración en el diseño y programación de experimentos. Sistematización y análisis de datos. Participación directa en la intervención a gran escala prevista para el segundo año.
- **Dr. Alvaro Mailhos:** Diseño de experimentos e intervenciones sobre cognición numérica no simbólica; entrenamiento de pasantes para la aplicación de las mismas. Orientación de estudiantes de grado y maestría.
- **Mg. Ana Pires:** Diseño de experimentos psicofísicos y juegos. Orientación de estudiantes de grado y maestría. Análisis e interpretación de los datos. Redacción de manuscritos para publicación.

- **Mg. Fernando Gonzalez Perilli:** Participación en diseño, ejecución y análisis de experimentos. Orientación de estudiantes de grado y maestría. Asesoramiento en la creación de contenidos de comunicación asociados a los juegos. Evaluación de implementación en interfaces de alcance masivo. Participación en redacción de comunicaciones científicas.
- **Mg. Mario Luzardo:** Análisis estadístico de resultados. Participación en el diseño de experimentos. Asesoramiento para la construcción de ítems que conformen la prueba de evaluación de habilidades matemáticas para primer año y en relación al procedimiento para su validación.

6 Equipos y Materiales

Para la realización de los experimentos conductuales contamos con los recursos edilicios y el equipamiento del Centro de Investigaciones Básicas en Psicología (CIBPsi) del cual somos parte. El CIBPsi cuenta con una cabina experimental insonorizada dotada de una PC con monitor CRT y teclado de baja latencia para registrar los tiempos de reacción, utilizando PsychoPy (Peirce, 2007) para la programación de las tareas experimentales a ejecutar.

Para el análisis de datos y modelado, contamos con computadores de mediano porte y software estadístico SPSS, R y Matlab. Sin embargo, resulta importante disponer de una computadora portátil que nos permita movilidad ya que el proyecto requerirá de presentaciones y reuniones en diferentes escuelas del País (se solicitan 24.000 \$U para tal fin)

El diseño y elaboración de estrategias didácticas previstas para la fase 2 del proyecto requiere la utilización de materiales fungibles de alto costo como tarjetas de impresión u otros. Para tal fin se solicitan 38.000 \$U.

7 Cronograma de ejecución

Actividad	Años												Resultados Esperados
	1					2					3		
Bimestres:	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	
Actualización de búsqueda bibliográfica													Estado del Arte. Conocer la bibliografía producida en el último año.
Diseño y programación de experimentos para la posterior ejecución en el Laboratorio													Primer testeo y ajuste del diseño experimental- Selección de las tareas finales
Creación y testeo de los items que conformarán la prueba para evaluación del desempeño matemático													Prueba de evaluación del desempeño matemático.
Ejecución de experimentos en el Laboratorio con el objetivo de comprender los mecanismos perceptivos implicados en el surgimiento de la noción de número y la capacidad para contar.													Datos sobre el desempeño de los sujetos en tareas perceptivas vinculadas al surgimiento de la noción de número. Descripción de los mecanismos perceptivos implicados (fase 1).
Análisis estadístico de los datos y discusión de los resultados obtenidos en la fase de experimentación en el Laboratorio (fase 1). Primeros pasos hacia la construcción de estrategias didácticas.													Posibles correlaciones entre los resultados de los experimentos, la valoración de desempeño matemático y datos de línea de tiempo autobiográfica y pensamiento futuro Verificación de hipótesis. Identificación y selección de las tareas perceptivas que presentan mayor potencial para el aprendizaje de la matemática
Convocatoria a maestras interesadas en el diseño de nuevos recursos para la enseñanza de la matemática en primer año. Grupos de trabajo mixtos (maestras e investigadores) para la construcción de estrategias pedagógicas.													Se espera obtener un conjunto de 5 o 6 estrategias didácticas diferentes que puedan ser probadas por las maestras en el aula a partir del mes de abril.
Testeo de las estrategias diseñadas en el contexto de clase con medición de desempeño matemático pre y post. Se establecerá asimismo un grupo control para cada estrategia testeada.													Obtención de resultados en contexto de aula (fase 2). Datos de observación de las dinámicas de clase.
Discusión de los resultados obtenidos en el contexto de aula e identificación de las estrategias didácticas (fase 2) y las tareas perceptivas (fase 1) que resultaran más adecuadas para un diseño de intervención a gran escala (fase 3).													Perfil del programa de entrenamiento mediante juegos que se utilizará en la intervención. Creación de un grupo de trabajo mixto Udelar-Ceibal en caso de entender importante la utilización de las tablets como plataforma para el programa de entrenamiento.
Preparación de la intervención. Diseño e instalación de la batería de juegos, selección de las escuelas y clases, involucramiento de las maestras implicadas, preparación de aplicadores.													Equipo de trabajo cohesionado y preparado para iniciar la fase de intervención a gran escala.
Intervención (fase 3)													Realización de la intervención, aumento de motivación en las aulas que forman parte del estudio.
Análisis de resultados obtenidos en la intervención a gran escala y conclusiones generales.													Conocimiento detallado sobre el grado de fortalecimiento que un programa de intervención de esas características puede proporcionar.
Publicación de resultados en revistas indexadas y presentación en congresos internacionales.													Difusión de resultados en el ámbito académico

8 Beneficios esperados

En primer lugar se espera iniciar un campo de investigación novedoso en el país y, en particular, en la fac de psicología que tiene por objetivo conectar la investigación básica con uno de los problemas más acuciantes del país. la educación.

Asimismo, se pretende lograr resultados preliminares que permitan establecer las bases para la construcción de procedimientos y sugerencias al sistema de educación pública sobre la enseñanza de la matemática. En este sentido, pensamos que los resultados del proyecto podrían tener importantes implicaciones educativas como, por ejemplo:

- Contar con una herramienta para la evaluación de los conocimientos matemáticos formales y no formales en niños de hasta 7 años, de aplicación grupal y diseñada para la realidad educativa del Uruguay. Esta herramienta posibilitaría a los maestros recabar información personalizada de sus alumnos e iniciar acciones asertivas de estimulación temprana e intensiva en los primeros años. Por otro lado, una herramienta de evaluación permite atajar a tiempo situaciones que, de otra manera, tienden a cristalizarse generando un rechazo injustificado a las matemáticas en la vida adulta. La herramienta permite detectar situaciones en un momento donde la intervención a través de la estimulación oportuna es esencial para revertir situaciones de fracaso y garantizar el aprovechamiento académico.
- Diseñar material didáctico que favorezca el entrenamiento en Sistema Numérico Aproximado (ANS) dentro del salón de clase integrando así estímulos simbólicos y no simbólicos en la enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, desde el punto de vista de los recursos humanos, se formarán estudiantes avanzados de psicología y estudiantes de maestría con capacidad para desarrollar investigación en estas temáticas en los próximos años. Pensamos que este es un aporte fundamental para el país en este momento.

9 Estrategias de difusión

Se prevé la redacción y el envío de al menos 2 artículos a revistas internacionales y 3 presentaciones a congresos internacionales. Alguna de las revistas que pretendemos enviar manuscritos originales son: *Developmental Psychology*; *Journal of Learning Disabilities*; *Developmental Science*; *Psychological Science*, *Cognitive Development*, o *European Journal of Developmental Psychology*.

10 Referencias bibliográficas

- Assink, M. H. J., & Schroots, J. J. F. (2010). *The dynamics of autobiographical memory. Using the Life-line interview method*. Ashland: Hogrefe.
- Atance, C. M., & Meltzoff, A. N. (2005). My future self: Young children's ability to anticipate and explain future states. *Cognitive Development*, 20, 341–361.
- Bar-Haim, Y., Ziv, T., Lamy, D. and Hodes, R. (2006) Nature and nurture in own-race face processing. *Psychol. Sci.*, 17: 159–163
- Bisazza, A., Piffer, L., Serena, G., & Agrillo, C. (2010). Ontogeny of numerical abilities in fish. *PLoS One*, 5(11), e15516. doi:10.1371/journal.pone.0015516
- Bonato, M., Zorzi, M. & Umiltà, C. (2012). When time is space: Evidence for a mental time line and for a common magnitude system. *Neuroscience and Biobehavioural Reviews*, 36, 2257-2273.
- Brannon, E., Roussel, L., Meck, W. & Woldorff (2004). Timing in the baby brain. *Brain Research*, 21, 227–233
- Bueti, D & Walsh, V. (2009) The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes. *Philosophical Transaction of the Royal Society-Biological*; 364, 1831-1840.
- Burr, D. & Ross, J. (2008). A visual sense of number, *Curr Biol*, 6 (18), 425-428
- Cantlon, J. F. (2012). Math, monkeys, and the developing brain. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 109 Suppl , 10725–10732.
- Carey, S. (2009), "Where our number concepts come from", *Journal of Philosophy* 106 (4): 220–254.
- Casasanto, D., Fotakopoulou, O., & Boroditsky, L. (2010). Space and Time in the Child's Mind: Evidence for a Cross-Dimensional Asymmetry. *Cognitive Science*, 34(3), 387–405.
- Clement, A., & Droit-Volet, S. (2006). Counting in a temporal discrimination task in children and adults. *Behavioural Processes*, 71, 164–171.
- Cohen, J. (1967). *Psychological time in health and disease*. Springfield, IL: Charles C. Thomas.
- Dehaene, S. (1997), *The number sense: How the mind creates mathematics*, New York: Oxford University Press, ISBN 0-19-513240-8
- Dehaene, S. Brannon, E.M. Editors (2011) *Space, Time, and Number in the Brain: searching for the foundations of mathematical thought*. Elsevier.
- Dormal V, Seron X, Pesenti M (2006) Numerosity-duration interference: a Stroop experiment. *Acta Psychol (Amst)* 121:109–124.
- Droit-Volet, S., Clément, A., & Fayol, M. (2008). Time, number and length: Similarities and differences in bisection behavior in children and adults. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 61, 12, 1827-1846.
- Droit-Volet, S., Delgado, M., & Rattat, A.-C. (2006). The development of the ability to judge time in children. In J.R. Marrow (Ed.), *Focus on child psychology research* (pp 81-104). NY: Nova Science Publishers.
- Fraisse, P. (1967). *Psychologie du temps*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Gelman, R.; Gallistel, G. (1978), *The Child's Understanding of Number*, Cambridge Mass: Harvard University Press


- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of National Academy of Sciences USA*, 109(28).
- Hanus, D., & Call, J. (2007). Discrete quantity judgments in the great apes (*Pan paniscus*, *Pan troglodytes*, *Gorilla gorilla*, *Pongo pygmaeus*): the effect of presenting whole sets versus item-by-item. *Journal of Comparative Psychology*, 121(3), 241–249. doi:10.1037/0735-7036.121.3.241
- Hayne, H., Gross, J., McNamee, S., Fitzgibbon, O., & Tustin, K. (2011). Episodic memory and episodic foresight in 3- and 5-year-old children. *Cognitive Development*, 26 (4) 343–355
- Hubbard, Edward M.; Piazza, Manuela; Pinel, Philippe; Dehaene, Stanislas (June 2005). "Interactions between number and space in parietal cortex". *Nature Reviews Neuroscience* 6 (1-2): 435–448. doi:10.1038/nrn1684. PMID 15928716.
- Javadi AH, Aichelburg C (2012) When Time and Numerosity Interfere: The Longer the More, and the More the Longer. *PLoS ONE* 7(7): e41496
- Jones, S. M., Pearson, J., DeWind, N., Paulsen, D., Tenekedjieva, A. & Brannon, E.M. (2013). Lemurs and macaques show similar numerical sensitivity. *Animal Cognition*. DOI 10.1007/s10071-013-0682-3
- Kinzler, K. D., & Spelke, E. S. (2007). Core systems in human cognition. *Progress in Brain Research*, 164, 257-264
- Merritt, D., Casasanto, D., Brannon, E.M. (2010). Do monkeys think in metaphors? Representations of space and time in monkeys and humans. *Cognition*. 117, 191-202.
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of numbers in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, 32, 185–208.
- Oliveri M., et al. (2008). Perceiving numbers alters time perception. *Neurosci. Lett.* 438, 308–311.
- Ouellet, M., Santiago, J., Funes, M.J., & Lupiáñez, J. (2010). Thinking about the future moves attention to the right. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 36 (1), 17–24
- Park, J., Li, R. & Brannon, E.M. (2014). Neural connectivity patterns underlying symbolic number processing indicate mathematical achievement in children. *Developmental Science*. DOI 10.1111/desc.12114
- Piaget, J. (1946). *Le développement de la notion de temps chez l'enfant*. [The development of the notion of time in children]. Paris: PUF.
- Peirce, J.W (2007). PsychoPy - Psychophysics software in Python. *J Neurosci Methods*, 162(1-2):8-13
- Ross, J. & Burr, D. C. (2010). Vision senses number directly, *J Vis*, 2 (10), 10 11-18.
- Shepard, R.N. (2001) Perceptual-cognitive universals as reflections of the world. *Behav. Brain Sci.* 24, 581–601 discussion 652–571
- Skerry, A. E. & Spelke, E. S. (2014). Preverbal infants identify emotional reactions that are incongruent with goal outcomes. *Cognition*, 130, 204-216.
- Spelke, E. S. (1988). Where perceiving ends and thinking begins: The apprehension of objects in infancy. In A. Yonas (Ed.), *Perceptual development in infancy*. Minnesota Symposium on Child Psychology (Vol. 20). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, Assoc.

- Spelke, E. S. (2003). What makes us smart? Core knowledge and natural language. In D. Gentner and S. Goldin-Meadow (Eds.), *Language in Mind: Advances in the Investigation of Language and Thought*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Spelke, E.S. and Kinzler, K.D. (2007) Core knowledge. *Dev. Sci.* 10, 89–96
- Vasquez, A. (2013). El desarrollo de la previsión episódica durante la etapa pre-escolar. Tesis de doctorado (no publicada). Porto: Universidad de Porto.
- Vasquez, A., & Cruz, O. (2012). O pensamento futuro episódico como componente da prontidão escolar. En L. S. Almeida, B. D. Silva, & A. Franco (Orgs.), *Contributos da Psicologia em Contextos Educativos/Contributions of Psychology for Educative Contexts* (pp. 440-447). Braga: Centro de Investigação em Educação/UM.
- Walsh, V. (2003). A theory of magnitude: common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(11), 483–488.
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74, B1–B11.

ANEXO 1: Consideraciones Éticas

De acuerdo con los principios establecidos en el Decreto de Investigación con Seres Humanos CM/515/08 y 414/09 y la Ley 18.331 CM/524 de Protección de Datos Personales y Acción de “Habeas Data” (2009), el presente estudio desarrolla los siguientes criterios a efectos de asegurar el cumplimiento de los postulados en dichos documentos:

- 1) Se otorgará prioridad absoluta a la voluntad del sujeto y al bienestar del mismo, teniendo en cuenta los valores fundados
- 2) Se prevé la autorización de las Instituciones Educativas y sus autoridades correspondientes de forma escrita brindando a las mismas la información completa del presente proyecto y el detalle de actividades a llevar a cabo en la misma
- 3) Se presentará Consentimiento Libre e Informado por escrito al participante, al representante legal (en el caso de ser niño/a) y a los técnicos que puedan estar involucrados en el proceso (maestras, directoras, etcétera) según disposiciones planteadas en el Capítulo III de la Ley. De esta forma se contempla la libre voluntad del sujeto y de los profesionales de participar en la investigación (principio de autonomía), sin ser condición necesaria para participar de aquellas actividades grupales que se lleven a cabo en la Institución Educativa, se provee la información completa del proyecto y de manera accesible al participante, se detallan posibles riesgos y beneficios y se proporciona los elementos necesarios para contactar a los investigadores.
- 4) A efectos de respetar la libre voluntad de participación del niño/a, se solicitará consentimiento asistido por parte del mismo.
- 5) Se asegura la confidencialidad de los datos mediante la desidentificación de los mismos (siendo estos serializados) tanto de los participantes directos como de los técnicos y las instituciones involucradas.
- 6) Ante la posibilidad de hallar, durante el proceso de investigación, algún riesgo que afecte al participante directa o indirectamente a causa de los procedimientos llevados a cabo en esta intervención, se informará y se asistirá a los mismos, siendo esta a su vez, suspendida.
- 7) La difusión de los resultados de este proyecto se considera un componente fundamental a fin de brindar un insumo sobre los posibles beneficios de dicha intervención; asegurando la precisión y exactitud de los datos publicados.

Anexo 2: Carta de apoyo del Centro Ceibal

Plan Ceibal

Centro Ceibal para el Apoyo a la Educación de la Niñez y la Adolescencia

Montevideo, 26 de mayo de 2014.

Sres. Comisión Sectorial
de Investigación Científica.
UDELAR

Por la presente comunicamos que desde Centro Ceibal existe real interés en participar en tareas de investigación sobre la temática Cognición Numérica en los procesos formativos de los niños, de acuerdo al proyecto presentado oportunamente y en el entendido de que se trata de un insumo básico para la orientación de los proyectos de desarrollo para la mejor integración de la tecnología y la pedagogía.

Sin otro particular, saluda atentamente

Ing. Miguel Brechner
Presidente

Centro Ceibal para el Apoyo a la Educación de la Niñez y la Adolescencia
Av. Italia 6201 Edificio Los Ceibos - C.P. 11500 Montevideo, Uruguay - Tels.: (+598 2) 601 5773